

# **EL TANGRAM**

Pascual Benito Hernández

Sara Gámez Orts

María Garrido Ruano

Rubén Manjón López

Miguel Ángel Martínez Díez

M<sup>a</sup> Pilar Moreno Salcedo



## 1. El tangram

El tangram (llamado también: *tabla de la sabiduría* o *tabla de los siete elementos*) es un juego de origen chino que se inventó a principios del siglo XIX y que consta de siete elementos: cinco triángulos de tres tamaños diferentes, un cuadrado y un paralelogramo (Figura 1). Unidas estas figuras geométricas, forman un cuadrado. Está ampliamente comercializado y la variabilidad del mismo está en función del tamaño, de los materiales empleados y de su presentación.

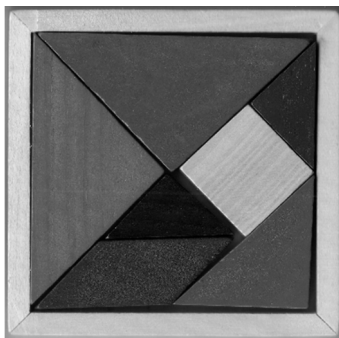


Figura 1. El tangram

Este recurso puede utilizarse en todas las edades, desde preescolar hasta adultos, ya que admite una gran complejidad en la composición de diferentes figuras, bien sean geométricas, humanas, de animales o de diversos objetos. Con el tangram se pueden aprender las formas de las figuras y la composición y descomposición de las mismas de modo manipulativo, tanto en un contexto de juego libre, como con reglas dadas. El tangram es un gran estímulo para la creatividad y se puede aprovechar en la enseñanza de las matemáticas para introducir conceptos de geometría plana, y para promover el desarrollo de capacidades psicomotrices e intelectuales pues permite ligar de manera lúdica la manipulación concreta de materiales con la formación de ideas abstractas. La utilización de éste recurso también puede contribuir a mejorar habilidades cognitivas como: la atención, la percepción visual, la memoria visual, la coordinación visomotora, la percepción de figura fondo, etc. Por otro lado, el uso del tangram puede favorecer la creación de una actitud positiva frente al trabajo de las matemáticas, puesto que se trata de un contenido lúdico, con el cual los alumnos pueden “aprender jugando”. En el mismo sentido, presentando situaciones atractivas y recreativas a los alumnos, podremos conseguir un aumento de la autoestima, la confianza, y el reconocimiento de los éxitos de los compañeros dado que, en algunos casos, la situación de juego ofrece la oportunidad de ganar y perder (Cascallana, 1988; Sánchez y Casas, 1998).

A pesar de la gran variedad de posibilidades educativas que el tangram ofrece en el ámbito educativo, suele emplearse en casi la totalidad de los casos en aspectos relacionados con la geometría. Tal y como refleja Marchi (2012, p.2) *“el tangram se utiliza en la docencia, como recurso para trabajar la geometría del plano, para estimular la creatividad y la capacidad de resolver problemas”*.

Podemos utilizar el tangram para trabajar contenidos de geometría como: reconocimiento, composición, descomposición y congruencias de figuras planas, reconocimiento de ángulos (clasificación) o perímetros y áreas de figuras. Sin embargo se utilizará, en este caso, el tangram para trabajar la fracción como parte-todo.

### **1.1. Contenidos matemáticos cuyo aprendizaje se puede potenciar con el tangram**

Entre los contenidos matemáticos en cuyo aprendizaje puede ayudar el tangram están:

- Reconocimiento de formas geométricas. Observar, comparar y reconocer formas geométricas.
- Habilidades de pensamiento abstracto, de relaciones espaciales y de lógica. Estrategias de resolución de problemas.
- Fracciones
- Libre composición y descomposición de figuras geométricas.
- Realizar giros y desplazamientos de figuras geométricas manipulativamente.
- Mejorar la ubicación espacial.
- Deducir fórmulas para las áreas y perímetros de figuras plana
- Conceptualizar las fracciones. La fracción como parte-todo.
- Llegar a la noción de perímetro de los polígonos.

## **2. Diseño de la propuesta**

Esta propuesta didáctica está orientada para el tercer ciclo de Educación Primaria (5º Curso) para apoyar el aprendizaje del *concepto de fracción como parte-todo* mediante la realización de cinco actividades que desarrollamos teniendo en cuenta una trayectoria de aprendizaje.

Los objetivos son:

- Reconocer la fracción unitaria partiendo de un todo.
- Identificar una parte a partir de la unidad dada, el todo.
- Reconocer la fracción unitaria para llegar al todo.

- Reconstruir el todo a partir de una parte.

Los contenidos son:

CONCEPTUALES	PROCEDIMENTALES	ACTITUDINALES
-La fracción unitaria. -Idea de fracción como parte-todo. -Fracciones equivalentes.	-Identificación de una parte a partir de un todo. -Reconocimiento de fracciones equivalentes. -Identificación del todo a partir de una parte dada. -Reconocimiento de la fracción unitaria para llegar al todo.	-Mostrar una actitud positiva hacia el trabajo en equipo y hacia las actividades propuestas.

A lo largo de este taller y de forma progresiva se desarrollarán algunas de las competencias básicas establecidas en la LOE (2006):

- Tratamiento de la información y competencia digital: Mediante el uso de ordenadores en la actividad nº 5.
- Competencia social y ciudadana: A través del trabajo en equipo; respeto por el turno de palabra, valoración de las aportaciones de otros compañeros, etc.
- Competencia cultural y artística: Creación de figuras mediante el uso de las piezas del tangram.
- Competencia para aprender a aprender: Los alumnos podrán extraer sus propias conclusiones mediante la manipulación y exploración del tangram.
- Autonomía e iniciativa personal: Muchas de las actividades contendrán una parte de trabajo individual.
- Competencia en comunicación lingüística: Exposición y puesta en común de los datos obtenidos en cada actividad.

No obstante la competencia central en torno a la cual se desarrolla nuestro taller es la matemática. Dentro de esta competencia encontramos diferentes dimensiones las cuales son trabajadas en las diferentes actividades. La comprensión conceptual y el desarrollo de destrezas procedimentales permiten establecer relaciones entre los conceptos y procedimientos para resolver situaciones matemáticas. Además el alumno podrá afianzar los conocimientos y procedimientos que ha visto con anterioridad en el área de las matemáticas. La siguiente competencia es la capacidad de comunicar y explicar matemáticamente aquello que se trabaja y se realiza mediante la manipulación del tangram. Esta capacidad se refuerza, ya que se adquiere a lo largo de toda la etapa educativa, a través de la puesta en común y mediante las actividades de toma de decisiones en pequeño y gran grupo. Todo esto se reflejará en todas las actividades

propuestas para este material. El pensamiento estratégico consiste en que los alumnos frente a un problema, sean capaces de identificar aquello relevante y junto con lo que han aprendido sean capaces de resolverlo. Además de la capacidad para enfrentarse a un problema no rutinario, como pueden ser aquellos problemas con nuevas situaciones que vayan surgiendo en el desarrollo de las actividades propuestas para el tangram. Por último, la actitud positiva del alumno frente a sus capacidades matemáticas. Con la ayuda de este material se pretende que los alumnos se motiven y entiendan mejor los conceptos y procedimientos matemáticos.

## 2.1. Trayectoria de aprendizaje

Cuando hablamos de fracciones nos referimos a una relación entre dos cantidades (partes fraccionarias iguales o porciones del mismo tamaño de un todo o unidad). Cuando representamos fracciones estas pueden representarse como

- Una parte de un todo
- Un lugar en la recta numérica
- Una respuesta al cálculo de una división
- Una forma de comparar dos conjuntos o medidas

A partir de estas referencias se ha establecido una trayectoria en la cual se distinguen tres niveles que identifican nuestro ámbito y las operaciones que en él se llevan a cabo:

- *Nivel 1:* en este nivel el alumno debe ser capaz de identificar la fracción unitaria para conocer que cada una de las partes en las que se divide el todo representa esa fracción unitaria. *Por ejemplo:* presentar un todo dividido en 4 partes, y a continuación solicitar que represente la fracción unitaria  $1/4$ . A continuación se podrían representar fracciones propias como  $3/4$  y por último fracciones impropias como  $4/3$ .
- *Nivel 2:* en este nivel el alumno debe ser capaz de construir un todo a partir de una parte en la cual se debe diferenciar dos niveles de dificultad: En primer lugar si *la fracción de la que partimos representa una fracción unitaria* del todo en el que únicamente deben de reiterar la fracción unitaria para llegar a la construcción del todo. *Por ejemplo:* presentar la representación de  $1/3$ , y a continuación pedir que reconstruya el todo. En segundo lugar, si *la fracción de la que partimos no representa la fracción unitaria* del todo, el alumno debe ser

capaz de dividir primero la parte inicial según las partes que se señalen para identificar la fracción unitaria. Una vez haya identificado la fracción unitaria será capaz de reconstruir o reiterar esta misma para llegar al todo. *Por ejemplo:* presentar una parte  $\frac{2}{5}$ , y a continuación pedir que reconstruya el todo (aumentaría el nivel de dificultades si se trabajara con fracciones impropias).

- *Nivel 3:* en este nivel el alumno debe ser capaz de identificar la fracción unitaria para reconstruir el todo, posteriormente dividir de nuevo el mismo todo con la nueva fracción unitaria para reconocer una nueva parte. Este nivel también puede presentar dificultades si las fracciones de las partes que presentamos son unitarias o representan más de una parte como por ejemplo presentar una parte  $\frac{3}{7}$ , y pedir que representen  $\frac{3}{5}$ , o si se trabaja con fracciones impropias.

Estos serían nuestros tres niveles en el desarrollo de la comprensión de la relación parte–todo, donde el objetivo y la propuesta didáctica estará dirigida al paso del nivel 1 al nivel 2. Es decir, comenzamos trabajando la identificación de la fracción unitaria y una vez se consolide, se incrementa la dificultad de las actividades de un modo progresivo, de forma que los alumnos sean capaces de construir un todo a partir de una parte dada y hallar la fracción unitaria cuando sea necesaria para poder reconstruir el todo.

## 2.2. Actividades

La metodología la hemos detallado en cada una de las actividades. Por las características de algunas actividades, el docente puede intervenir para facilitar su comprensión. En este sentido, sería conveniente que el docente realice una evaluación previa de conocimientos, sobre los contenidos que se van a trabajar, con el objetivo de evaluar la adecuación o no de los ejercicios.

Además, creemos conveniente dividir las actividades en dos sesiones para facilitar la asimilación e interiorización de contenidos. Una propuesta de implementación podría ser; actividades 1, 2 y 3 en la sesión 1 y actividad 4 y 5 en la sesión 2.

### ACTIVIDAD 1: ¡Dibujamos con el tangram!

La siguiente actividad tendrá dos partes. Para la primera parte los alumnos, de forma individual, deberán formar una figura sobre un folio, la que ellos quieran, con todas las piezas del tangram. A cada una de las figuras del tangram previamente se le habrá

asignado un número (Figura 2) para poder realizar la siguiente parte. La segunda parte de la actividad comenzará una vez los alumnos hayan construido su figura. Deberán pasársela a un compañero, y éste, deberá adivinar qué figura es y cuando lo sepa deberá contestar en una hoja a las preguntas que se proponen a continuación:

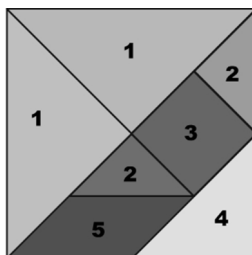


Figura 2. Tangram numerado

- ¿Qué fracción representa la figura 2 del total?
- Si quisiera coger  $\frac{1}{4}$  del tangram, ¿Qué figura o figuras deberé escoger?
- ¿Qué fracción representa la figura 4 del total?
- Con qué piezas puedo formar la figura 3, ¿representan lo mismo con respecto de total?
- ¿Qué fracción representan las figuras 2 y 5 de total?
- Si cogiéramos la figura 4 y dos figuras 2, ¿representarían lo mismo?

Con esta actividad se desarrolla el reconocimiento de las fracciones propias. Es decir, nos encontramos en nuestro primer nivel de desarrollo cognitivo, en el que los alumnos deberán reconocer la fracción unitaria y poder encontrar así la parte deseada.

Esta actividad se puede plantear de forma individual o grupal. Para hacerla por grupos se podrán hacer 4 grupos de 5 personas cada uno. Cada grupo deberá formar con los tangrams figuras siguiendo un orden para formar una historia y esta deberán escribirla. Una vez escrita, la pasarán a otro grupo, el cual deberá adivinar de qué historia se trata y contestar individualmente o consensuado en grupo las preguntas propuestas anteriormente.

## ACTIVIDAD 2: ¡Jugamos al Bingo!

En primer lugar, el docente deberá explicar que se va a trabajar un juego con el tangram, de forma que éste represente la unidad. Una vez aclarado esto, se repartirá a los grupos (cuatro-cinco alumnos) un *cartón de bingo* en el que aparecerán diferentes figuras geométricas (Figura 3), la mayoría de las cuales representarán partes del tangram.



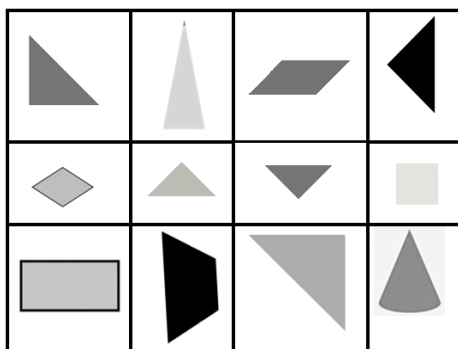


Figura 3. Cartón con diferentes figuras geométricas

A continuación, el docente, irá extrayendo *bolitas* que en este caso serán fracciones que representarán (algunas) valores de las piezas del tangram en relación a la figura total del tangram. Los grupos, deberán pensar si la fracción extraída corresponde a alguna de las figuras que contiene su cartón. De este modo, el primer grupo que, levantando la mano y diciendo *¡tangram!*, acierte la equivalencia entre la fracción y la figura que representa, se llevará un punto (y la figura acertada). Los grupos, deberán ir completando el tangram a medida que vayan sumando puntos. El equipo que reúna más rápido todas las figuras del tangram y lo construya correctamente, resultará el ganador.

En esta actividad se refuerza el primer nivel de desarrollo, pues a partir de un todo, se reconocen diferentes fracciones.

### ACTIVIDAD 3: ¡Jugamos al pañuelo!

El lugar para realizar esta actividad puede ser el patio del colegio o un sitio espacioso donde se pueda correr. Necesitaremos 2 tangrams por equipo y fichas para que el maestro pueda representar el todo. Para la realización de esta actividad se deberán formar cuatro grupos con cinco alumnos en cada uno. Primero se enfrentarán dos equipo A y B. Para ello cada grupo tendrá dos tangrams colocados en una mesa. El docente, posicionado en un punto medio entre los dos grupos, deberá en primer lugar enseñar lo que toma como el todo, por ejemplo un tangram, un tangram y una parte de otro tangram o parte de un tangram.

A continuación, deberá decir en voz alta para que ambos grupos lo oigan, una parte del total (por ejemplo,  $1/4$ ). Esta función también la podrá realizar cualquiera de los alumnos, y así el docente podrá ver si la desempeña correctamente. Además, podrá observar con más detenimiento la toma de decisiones de los grupos. La tarea de los alumnos es que en grupo averigüen la pieza que representa esa fracción del total. Esta tarea es muy importante que la realicen entre todos. Una vez hayan consensuado la

pieza que representa la fracción anunciada por el docente, la actividad se desarrollará siguiendo las normas del juego tradicional “el pañuelo”. Esta acción se repetirá tantas veces como número de miembros haya en los equipos, con el fin de que todos participen. Si uno de los grupos llega a donde está el docente y ha escogido la pieza equivocada deberá volver a su sitio hasta hallarla. Este juego se puede realizar en formato de liguilla entre los diferentes equipos. El ganador del juego entre el equipo A y B se enfrentará al ganador del juego entre los equipos C y D. Mientras tanto el resto de compañeros deberá pensar también por grupos las respuestas e ir anotándolas en una ficha que deberán entregar al finalizar la actividad a la maestra.

Con esta actividad se trabajarán las fracciones utilizando el concepto del todo para hallar una parte. Se continúa reforzando el primer nivel de desarrollo cognitivo, con el objetivo de afianzarlo y poder así pasar al segundo. Los alumnos tienen que ser capaces de descubrir la fracción unitaria para así averiguar la parte del todo que se le ha proporcionado.

Esta actividad puede admitir algunas variantes. Se formarían dos grupos o cuatro, según la clase. Y a cada alumno se le asociaría una pieza aleatoria del tangram. Una vez esto, el docente/ alumno dirá el todo y la parte. Aquellos alumnos que tengan la pieza que representa la parte del todo deberán correr hacia el pañuelo y una vez cogido, correr hasta su sitio sin ser pillados.

#### **ACTIVIDAD 4: “Averiguando el todo”**

Esta actividad consiste en la realización de una serie de ejercicios en los cuales los alumnos deberán de reconstruir el todo a partir de una figura dada. Para el desarrollo de esta actividad se deberá proporcionar al alumnado una ficha como la que aparece a continuación. Esta ficha está diseñada para que los alumnos realicen diferentes apartados cada uno de un nivel de dificultad mayor. El docente, previamente, podrá explicar algún ejemplo similar para orientar a los alumnos. Al tratarse de una actividad algo más compleja, el maestro deberá estar a disposición de los alumnos en todo momento. Como dificultad extra, para comprobar la asimilación de los contenidos, se plantea en el último apartado una situación imposible, ya que el tangram presenta algunas limitaciones a la hora de trabajar las fracciones. Con esta situación conflictiva se pretende hacer reflexionar al alumnado sobre las limitaciones del material y el por qué de las mismas.

Dentro de los tres niveles descritos en la trayectoria de aprendizaje, con esta actividad se pretende realizar la transición del primer nivel hacia el segundo nivel, pues lo que se introduce es la reconstrucción del todo. Esto significa que se pretende que el alumno sea capaz de reconstruir el todo a partir de una parte dada. En primer lugar, tal y como se puede observar en la ficha, se plantean ejercicios en los que se les proporciona directamente la fracción unitaria, de modo que no sea necesario hallarla. Tras algunos ejemplos, el grado de dificultad aumenta y se les proporciona una fracción propia no unitaria, con la que tendrán que averiguar primero la fracción unitaria para poder hallar la unidad, mientras que en los últimos ejercicios, la fracción dada es mayor que la unidad, aumentando todavía más la dificultad.

Una variante de esta actividad que permite apoyar el aprendizaje de estos mismos contenidos es de forma grupal. En cualquier caso, el maestro debe poder obtener información para evaluar el progreso de sus alumnos, y en caso de ser necesario, detectar el origen exacto del problema.

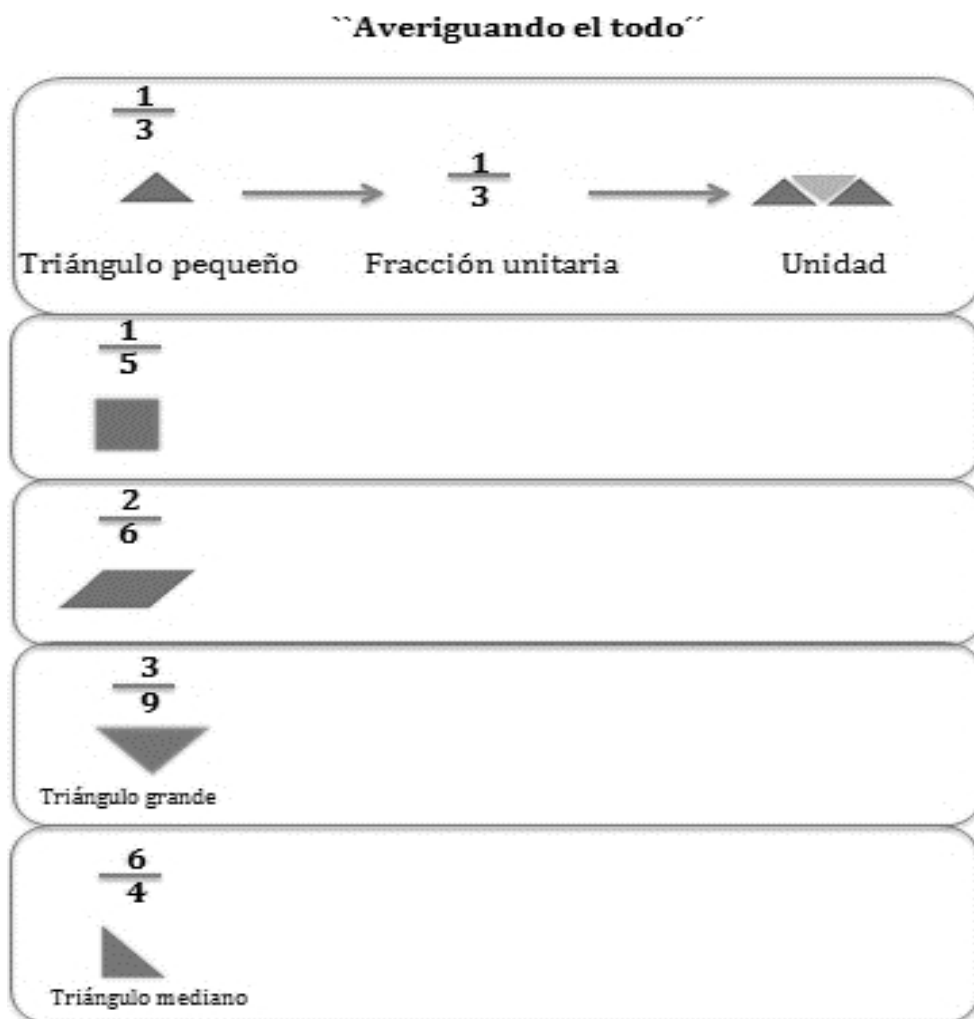


Figura 4. Ficha para la actividad “Averiguando el todo dada una fracción”

**ACTIVIDAD 5: ¡Practicamos online!**

La actividad se llevará a cabo en un aula con ordenadores o pizarra digital, y está dirigida a apoyar la competencia digital así como la competencia matemática. Está diseñada a modo de test de manera que se le presentarán diferentes opciones a cada una de las preguntas propuestas. Lo que se propone es que el alumno reflexione sobre la relación todo-parte identificando primero la fracción unitaria para después completar el todo de cada una de las figuras. Al mismo tiempo que el alumnado vaya resolviendo las preguntas del PowerPoint (<http://www.slideshare.net/sirxion/actividades-con-el-tangram#>) tendrá ante sí un tangram manipulable con el que ayudarse a la hora de responder y agilizar el proceso.

El docente en esta actividad deberá observar a los alumnos e identificar las posibles dificultades que estos tengan conforme vayan realizando la actividad, no obstante, la actividad está diseñada de forma que el alumno sea redirigido a un recordatorio en caso de cometer algún error; aún así, el docente siempre ha de mostrarse como guía, ayudando o resolver dudas siempre que lo considere oportuno.

Para esta actividad haremos uso de:

- PowerPoint, un recurso tecnológico que ofrece grandes posibilidades: entre ellas y la que más se usará, es la posibilidad de marcar diferentes caminos o rutas de manera que según la respuesta del alumno la ruta a seguir cambiará.
- Ordenadores de aula, a poder ser intentaremos que haya uno dos por alumno.

Para realizar esta actividad podemos agrupar a los alumnos de diferentes maneras. Es aconsejable que se haga de manera individual o en parejas dependiendo de la disponibilidad de ordenadores. La actividad se puede realizar por parejas o grupos de forma que se cree una pequeña competición. Con la ayuda de un cronómetro se podrá medir el tiempo para averiguar qué equipo o pareja termina en primer lugar con el menor número de fallos. Con tal de motivarles se puede premiar a los ganadores con un tangram.

Para realizar esta actividad los alumnos tendrán que ser capaces de mostrar características del segundo nivel de desarrollo cognitivo. Tendrán que ser capaces de reconstruir el todo a partir de una parte dada, hallando la fracción unitaria y reiterando la misma hasta formar la unidad.

### 3. Evaluación

La evaluación se centrará en el logro del objetivo principal de la propuesta didáctica: adquirir los conocimientos necesarios para realizar la transición desde el reconocimiento de las fracciones como parte de un todo a reconstruir el todo a partir de diferentes fracciones y finalmente, llegar a representar una fracción a partir de otra fracción. Valoraremos los siguientes criterios de forma individualizada.

- Consolidar el primer nivel reconociendo la fracción unitaria.
- Identificar una parte a partir de la unidad dada, el todo.
- Alcanzar el segundo nivel construyendo el todo a partir de una parte.
- Reiterar la fracción unitaria para reconstruir el todo.

### REFERENCIAS

- Cascallana, M. T. (1988). *Iniciación a la matemática*. Madrid. Santillana.
- De Marchi, I. (2012). *El libro del tangram*. Palma de Mallorca.
- Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación.
- Sánchez, C. y Casas, L. M. (1998). *Juegos y materiales manipulativos como dinamizadores del aprendizaje en las matemáticas*. Bilbao. CIDE.